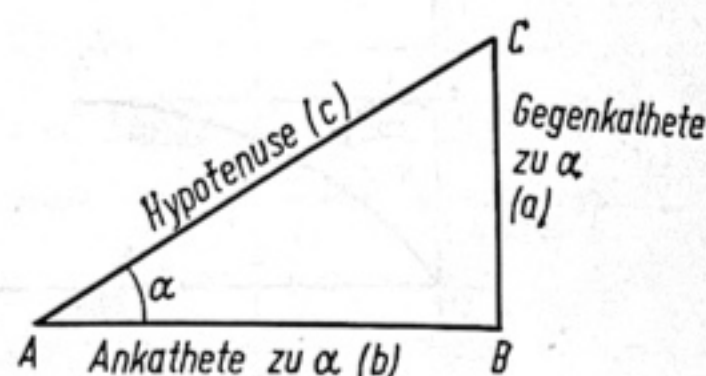


17.1.4. Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck und Komplementbeziehungen

In dem jeweils aus r , l und p gebildeten rechtwinkligen Dreieck kann man l als Gegenkathete a , p als Ankathete b des Winkels α und r als Hypotenuse c betrachten. Dann kann man die Winkelfunktionen auch als Verhältnisse der Maßzahlen dieser Dreieckseiten definieren.

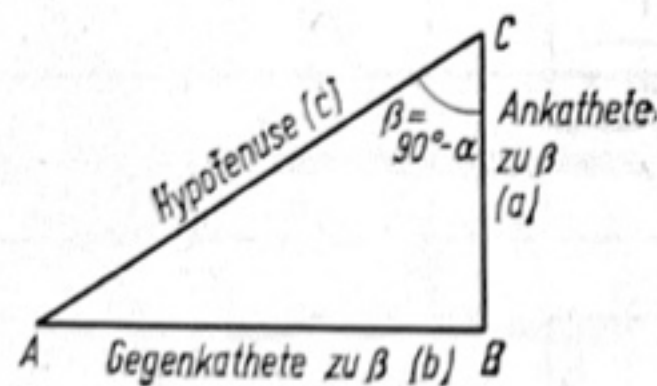


$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \text{Sinus von } \alpha$	$\frac{a}{c} = \sin \alpha$
$\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \text{Cosinus von } \alpha$	$\frac{b}{c} = \cos \alpha$
$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \text{Tangens von } \alpha$	$\frac{a}{b} = \tan \alpha$
$\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}} = \text{Cotangens von } \alpha$	$\frac{b}{a} = \cot \alpha$

Beachte:

Die Funktionen sind bei dieser Definition im Definitionsbereich beschränkt: $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Wird zur Darstellung der Funktionen statt des Winkels α der Komplementwinkel $\beta = 90^\circ - \alpha$ benutzt, so vertauschen sich die Begriffe Gegenkathete und Ankathete. Daraus folgt:



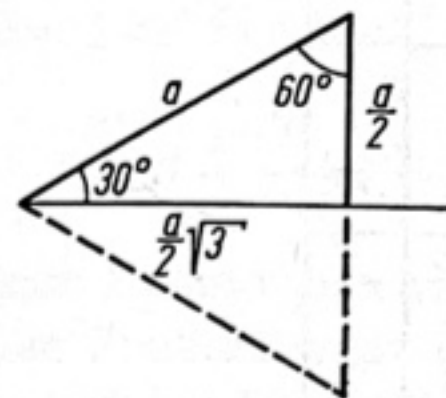
$$\begin{aligned}\sin \alpha &= \frac{a}{c} = \cos \beta = \cos (90^\circ - \alpha) \\ \cos \alpha &= \frac{b}{c} = \sin \beta = \sin (90^\circ - \alpha) \\ \tan \alpha &= \frac{a}{b} = \cot \beta = \cot (90^\circ - \alpha) \\ \cot \alpha &= \frac{b}{a} = \tan \beta = \tan (90^\circ - \alpha)\end{aligned}$$

Festsetzung: Die Sinusfunktion soll die Kofunktion zur Cosinusfunktion (und umgekehrt), die Tangensfunktion die Kofunktion zur Cotangensfunktion (und umgekehrt) heißen.

Der Wert einer Winkelfunktion eines Winkels ist gleich dem Wert der entsprechenden Kofunktion des Komplementwinkels.

$$\begin{aligned}\sin \alpha &= \cos (90^\circ - \alpha); & \tan \alpha &= \cot (90^\circ - \alpha) \\ \cos \alpha &= \sin (90^\circ - \alpha); & \cot \alpha &= \tan (90^\circ - \alpha)\end{aligned}$$

BEISPIELE



$$\sin 30^\circ = \frac{a}{2} : a = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{a}{2} \sqrt{3} : a = \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{a}{2} : \frac{a}{2} \sqrt{3} = \cot 60^\circ = \frac{1}{3} \sqrt{3}$$

$$\cot 30^\circ = \frac{a}{2} \sqrt{3} : \frac{a}{2} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

17.1.5. Funktionswertetafeln

Die meisten Werte der Winkelfunktionen sind *irrationale Zahlen*. In den Funktionswertetafeln sind deshalb nur *Näherungswerte* tabelliert: vier-, fünf-, siebenstellige ... Tafeln. Anordnung und Gebrauch (Interpolieren) entsprechen dem der Potenz- und Wurzel tafeln (vgl. 6.3.3.), nur haben die trigonometrischen Tafeln zwei *gegenläufige Eingänge*, so daß sie auf Grund der *Komplementbeziehungen* (vgl. 17.1.4.) stets zugleich für *Funktion und Kofunktion* benutzt werden können.

Beachte:

1. Beim *Sinus* sind die *linke* und *obere*, beim *Cosinus* die *rechte* und *untere* Winkelspalte bzw. -reihe zu benutzen.

$$\sin 66,4^\circ = 0,9164$$

$$\cos 22,7^\circ = 0,9225$$

2. Beim *Interpolieren* eines Sinuswertes ist wie üblich zu verfahren, beim Interpolieren eines Cosinuswertes ist die Interpolationsdifferenz aber vom Cosinuswert des kleineren Winkels zu subtrahieren, da die Cosinusfunktion eine fallende Funktion ist (vgl. 17.1.2.):