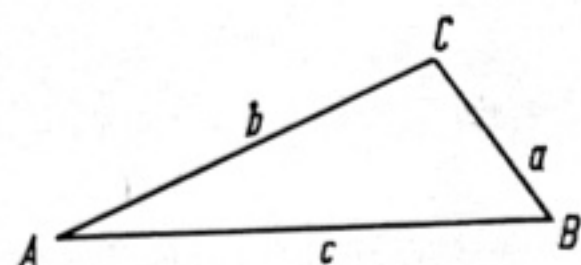


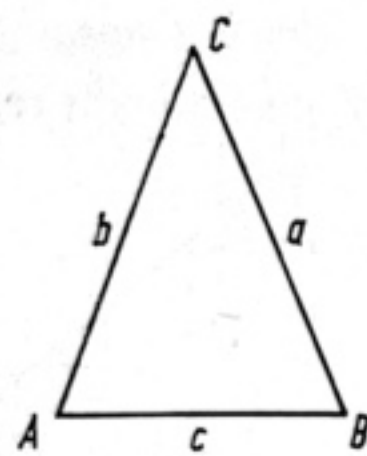
12.4.2. Dreieck

12.4.2.1. Dreieckformen

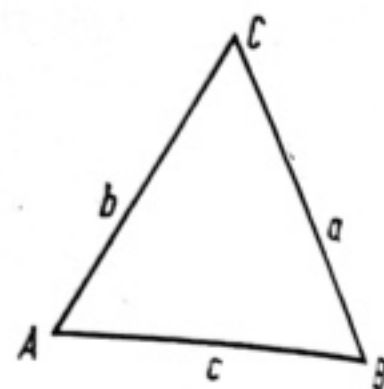
Einteilung nach den Seiten



3 verschieden lange Seiten:
ungleichseitiges oder schief-
winkliges Dreieck ($a \neq b \neq c$)

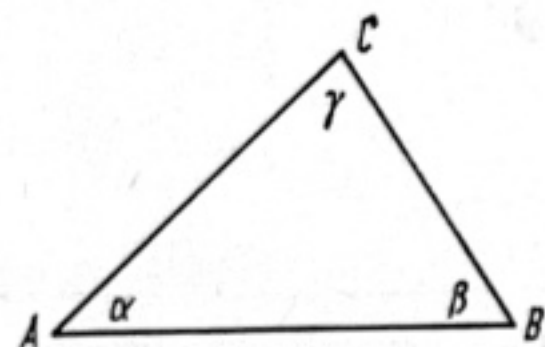


2 gleich lange Seiten:
gleichschenkliges
Dreieck ($a = b$)

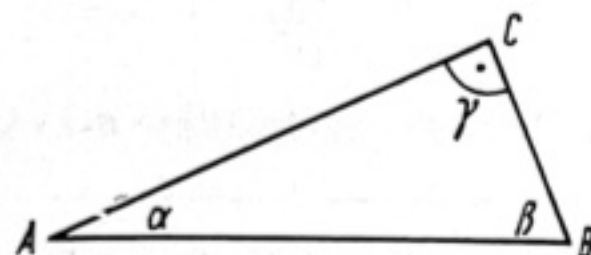


3 gleich lange Seiten:
gleichseitiges Dreieck
($a = b = c$)

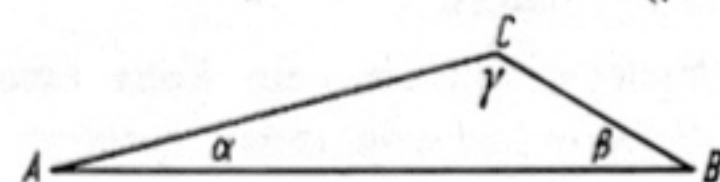
Einteilung nach den Winkeln



3 spitze Winkel: spitzwinkliges
Dreieck ($\alpha, \beta, \gamma < 90^\circ$)



1 rechter Winkel; 2 spitze
Winkel: rechtwinkliges Dreieck
($\gamma = 90^\circ$; $\alpha, \beta < 90^\circ$)

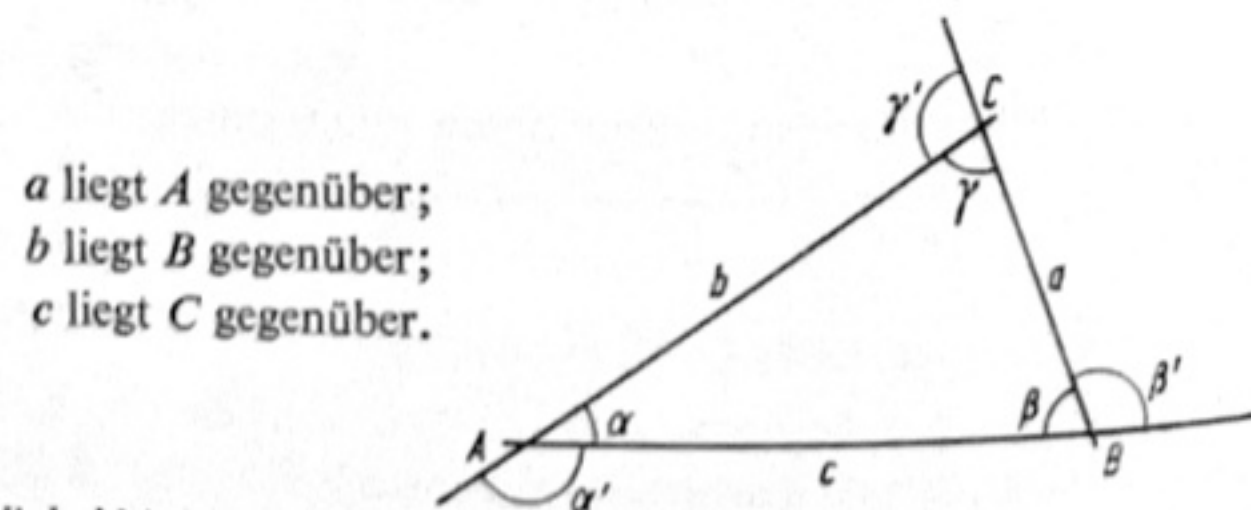


1 stumpfer Winkel; 2 spitze Winkel:
stumpfwinkliges Dreieck
($180^\circ > \gamma > 90^\circ$; $\alpha, \beta < 90^\circ$)

12.4.2.2. Allgemeines Dreieck

Beachte:

1. Im Dreieck werden die *Seiten anders bezeichnet* als im n -Eck ($n > 3$):



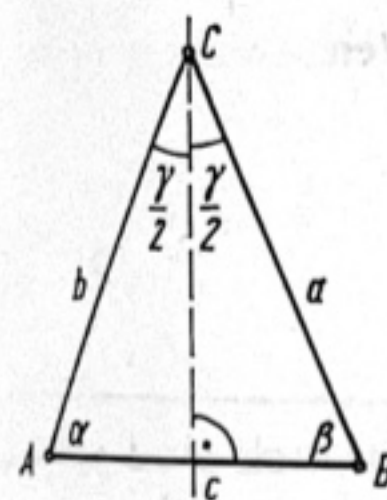
a liegt A gegenüber;
 b liegt B gegenüber;
 c liegt C gegenüber.

2. Die *Winkel* hingegen werden wie im n -Eck ($n > 3$) bezeichnet.

Sätze über das allgemeine Dreieck

- Die *Summe der Längen zweier Dreieckseiten* ist größer als die der dritten, die *Differenz* ist kleiner als die der dritten
($a + b > c$; $b + c > a$; $c + a > b$;
 $b - a < c$; $c - b < a$; $c - a < b$).
- Im Dreieck *liegen einander gegenüber*
die *größte* Seite und der *größte* Winkel ($c > a, b$; $\gamma > \alpha, \beta$);
die *kleinste* Seite und der *kleinste* Winkel ($a < b, c$; $\alpha < \beta, \gamma$);
gleich lange Seiten und *gleich große* Winkel ($a = b$; $\alpha = \beta$).
- Die *Winkelsumme* im Dreieck beträgt 180°
($\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$).
- Ein *Außenwinkel* eines Dreiecks ist gleich der *Summe* der beiden *nicht zu ihm gehörenden Innenwinkel*
($\alpha' = \beta + \gamma$; $\beta' = \gamma + \alpha$; $\gamma' = \alpha + \beta$).

12.4.2.3. Gleichschenkliges Dreieck



Bezeichnungen:

$\overline{AB} = c$: **Basis** oder **Grundlinie**

a, b : **Schenkel** ($a = b$)

C : **Spitze**

α, β : **Basiswinkel**

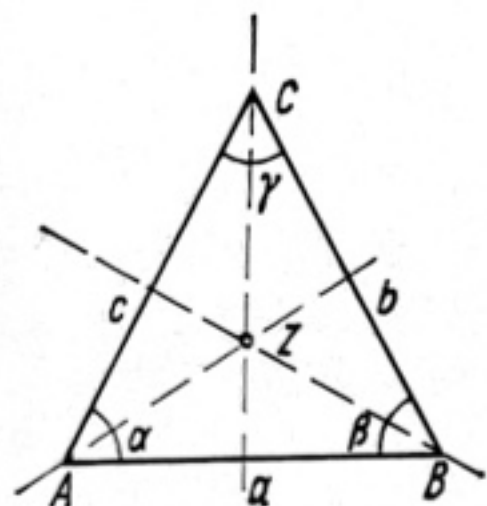
γ : **Winkel an der Spitze**

Sätze über das gleichschenklige Dreieck

- Das gleichschenklige Dreieck ist *in sich achsensymmetrisch*. Die *Symmetrieachse* verbindet die *Spitze* mit der *Basismitte*.
- Die *Symmetrieachse* steht *senkrecht* auf der *Basis* und *halbiert* den Winkel an der Spitze.
- Die *Basiswinkel* sind *gleich groß*; folglich gilt: $\alpha = \beta = 90^\circ - \frac{\gamma}{2}$
bzw. $\gamma = 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 2\beta$.

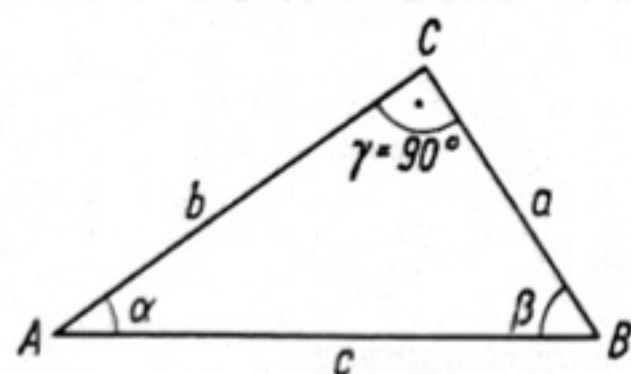
12.4.2.4. Gleichseitiges Dreieck

Sätze über das gleichseitige Dreieck



1. Das gleichseitige Dreieck ist in sich *achsensymmetrisch*; es hat 3 *Symmetrieachsen*.
2. Das gleichseitige Dreieck ist in sich *dreifach zentralsymmetrisch*.
3. Die drei *Winkel* im gleichseitigen Dreieck sind *gleich groß*. Jeder beträgt 60° .

12.4.2.5. Rechtwinkliges Dreieck



Bezeichnungen:

 c : Hypotenuse a, b : Katheten

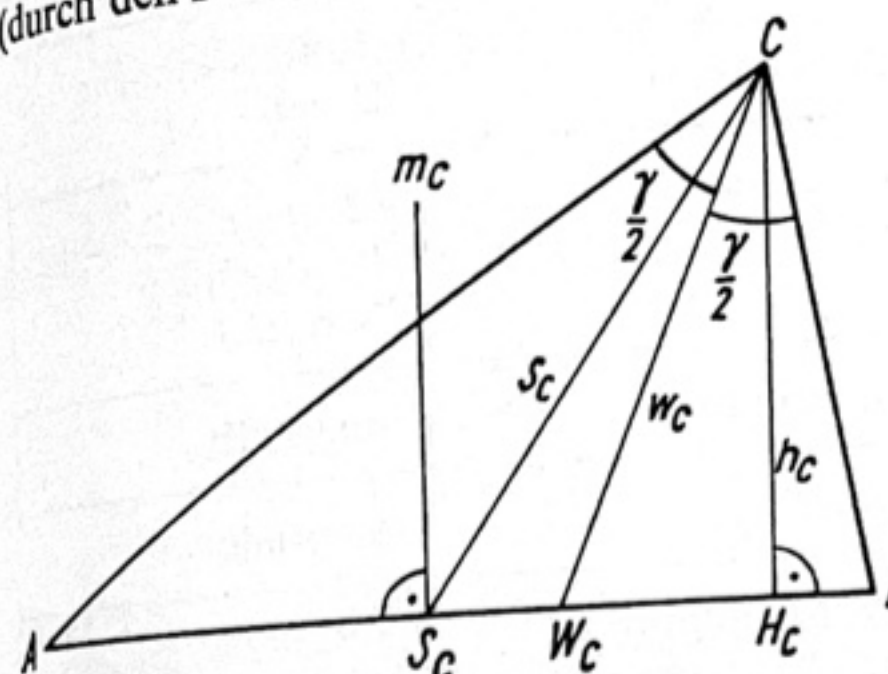
Sätze über das rechtwinklige Dreieck

1. Die *nicht rechten Winkel* im rechtwinkligen Dreieck sind *spitz* und betragen zusammen 90° ($\alpha + \beta = 90^\circ$).
2. Die *Hypotenuse* ist die *größte Seite* ($c > a, b$).
3. Die *Summe der Längen der Katheten* ist *größer als die Länge der Hypotenuse* ($a + b > c$).

12.4.2.6. Besondere Linien und merkwürdige Punkte im Dreieck

Zu jeder Dreiecksseite gehören *vier Transversalen* von besonderer Wichtigkeit (besondere Linien des Dreiecks):

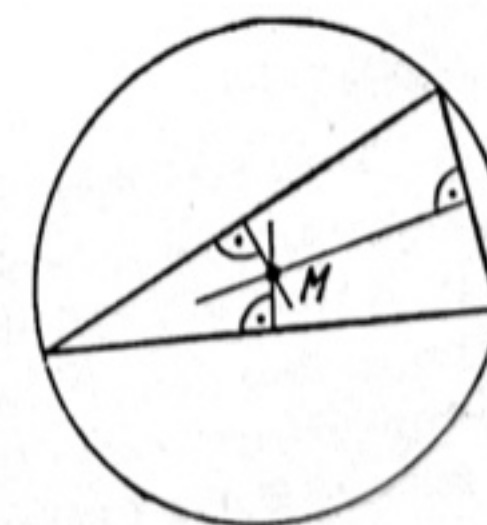
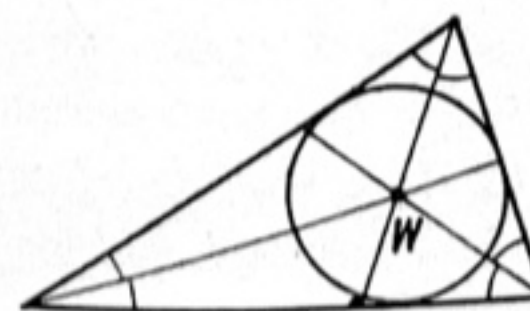
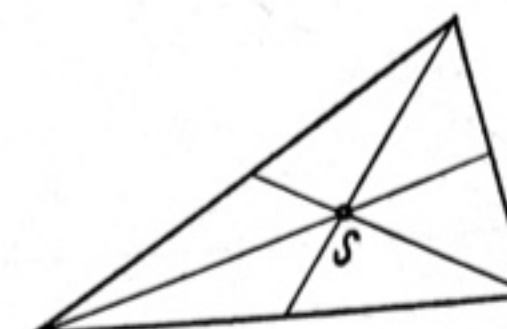
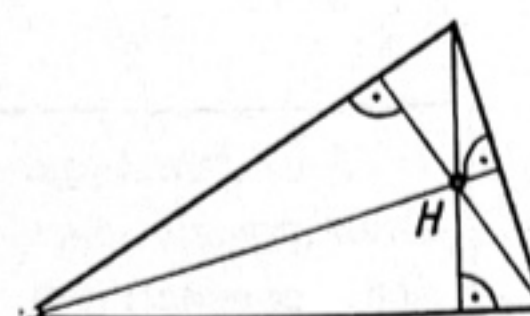
Höhe h ; Seitenhalbierende s ; Winkelhalbierende w ; Mittelsenkrechte m (durch den Index a, b, c kennzeichnet man die betreffende Seite).



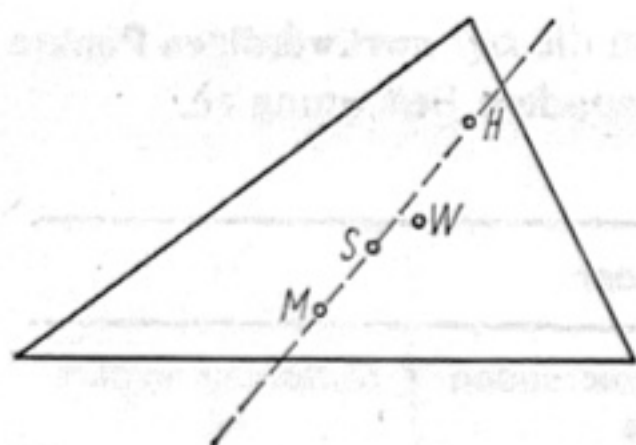
Gleichartige besondere Linien im Dreieck schneiden sich jeweils in einem Punkt.

Diese *Schnittpunkte* ($H; S; W; M$) heißen die *vier merkwürdigen Punkte* des Dreiecks; ihnen kommt ebenfalls besondere Bedeutung zu.

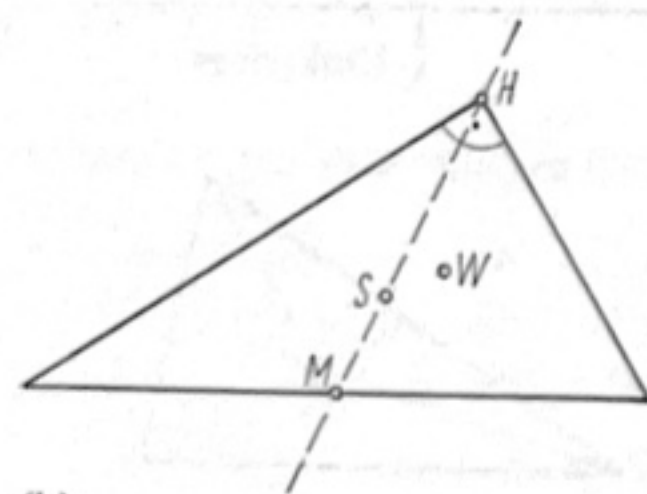
Schnittpunkt der			
Höhen H	Seitenhalbierenden S	Winkelhalbierenden W	Mittelsenkrechten M
Schwerpunkt		Mittelpunkt des	
		Inkreises	Umkreises



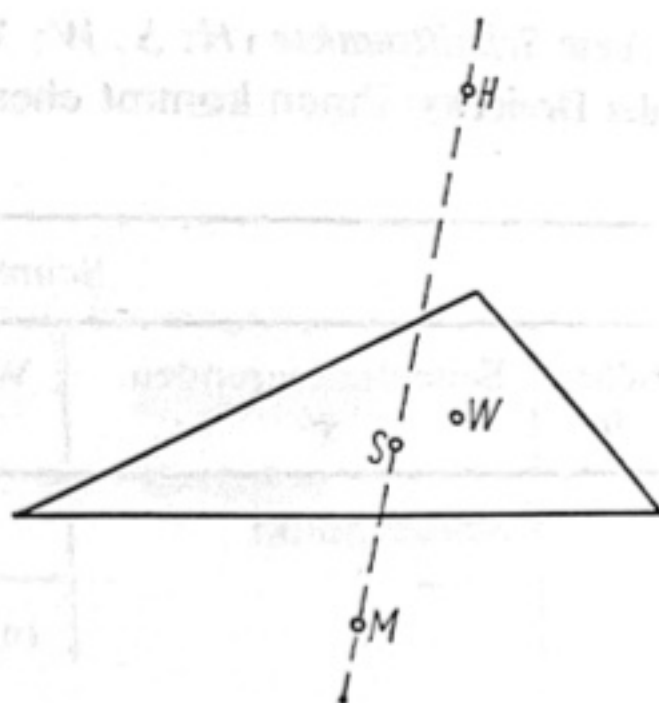
Lage der merkwürdigen Punkte im			
	spitzwinkligen Dreieck (a)	rechtwinkligen Dreieck (b)	stumpfwinkligen Dreieck (c)
H	innerhalb	im Scheitel des rechten Winkels	außerhalb (jenseits des stumpfen Winkels)
S	innerhalb	innerhalb	innerhalb
W	innerhalb	innerhalb	innerhalb
M	innerhalb	im Mittelpunkt der Hypotenuse	außerhalb (jenseits der größten Seite)



(a)



(b)

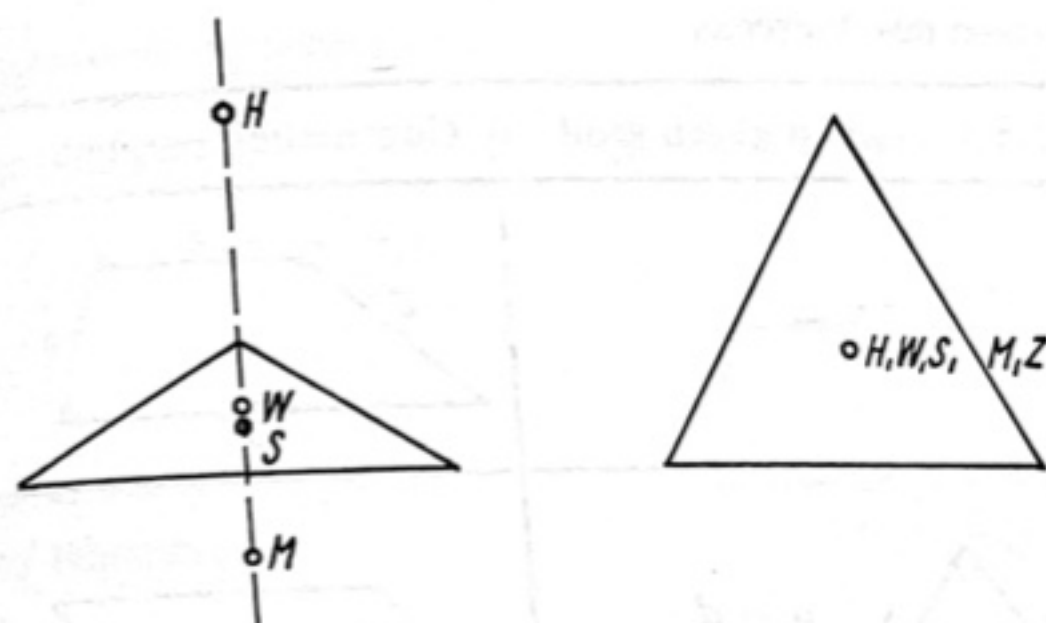


(c)

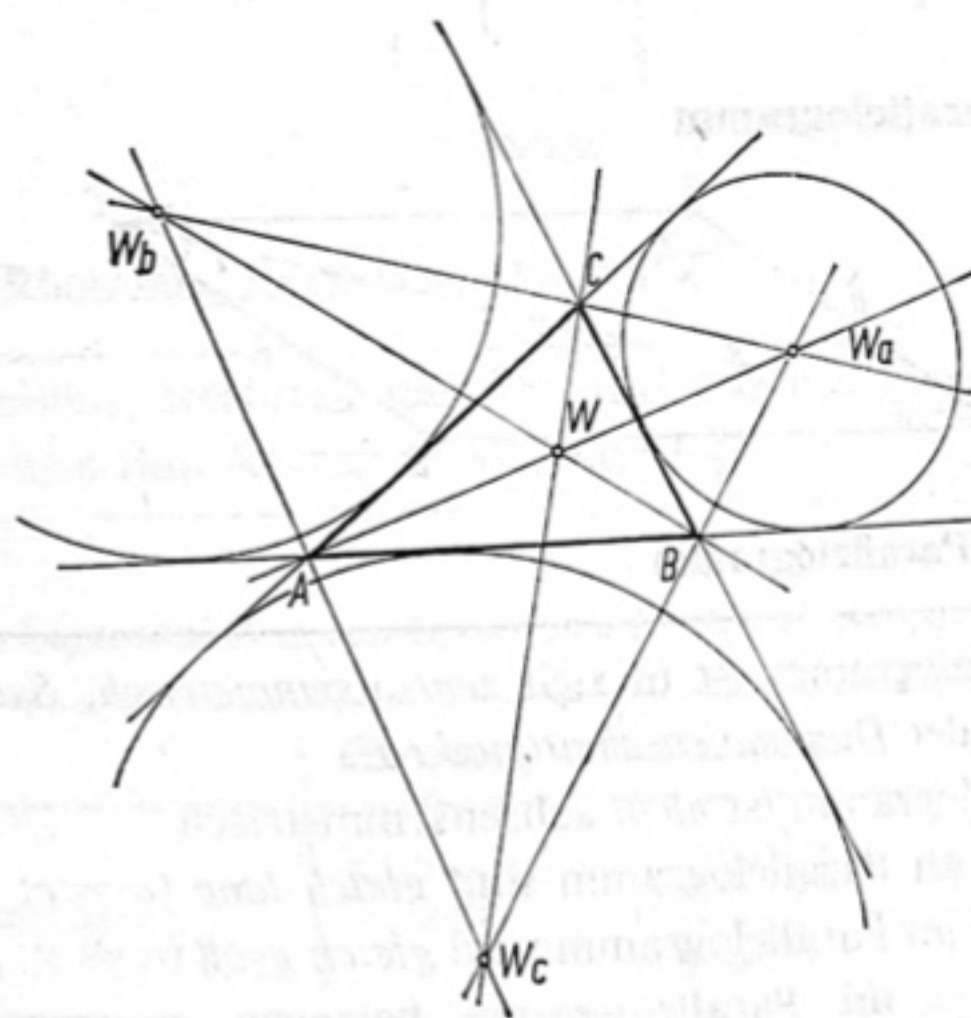
H , S und M liegen stets auf einer gemeinsamen Geraden, der sogenannten EULERSchen Geraden.

Beachte:

1. Im gleichschenkligen Dreieck fällt die EULERSche Gerade mit der Symmetrieachse, also auch mit h , s , w und m der Basis zusammen. In diesem Falle liegt auch W auf der EULERSchen Geraden.
2. Im gleichseitigen Dreieck fallen für jede Seite jeweils h , s , w und m zusammen, ebenso H , S , W und M . Diese sind zugleich Symmetriezentrum Z . Die EULERSche Gerade entfällt.



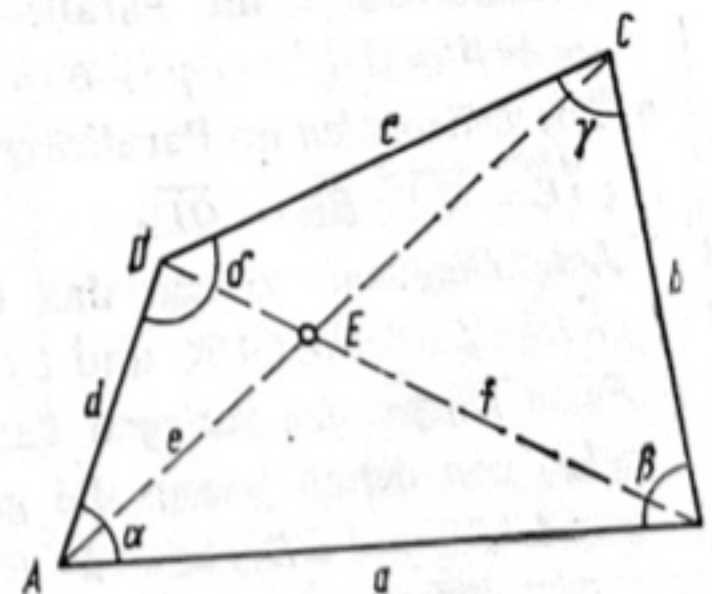
3. Auch die Winkelhalbierenden zweier Außenwinkel schneiden sich mit der des dritten Innenwinkels in einem Punkt, dem Mittelpunkt des jeweiligen Ankreises des Dreiecks, der die Verlängerungen zweier Seiten und die dritte von außen berührt.



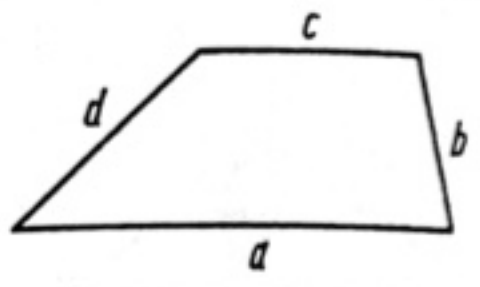
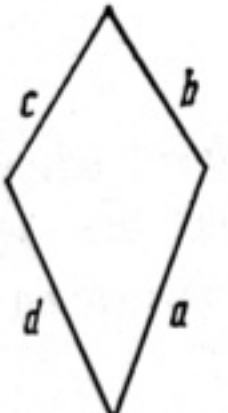
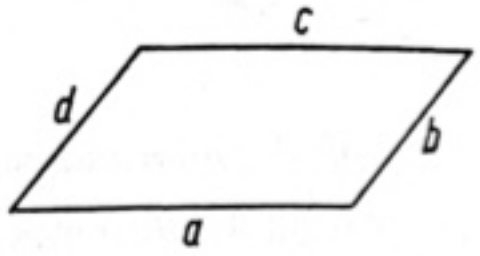
12.4.3. Viereck

12.4.3.1. Allgemeines Viereck

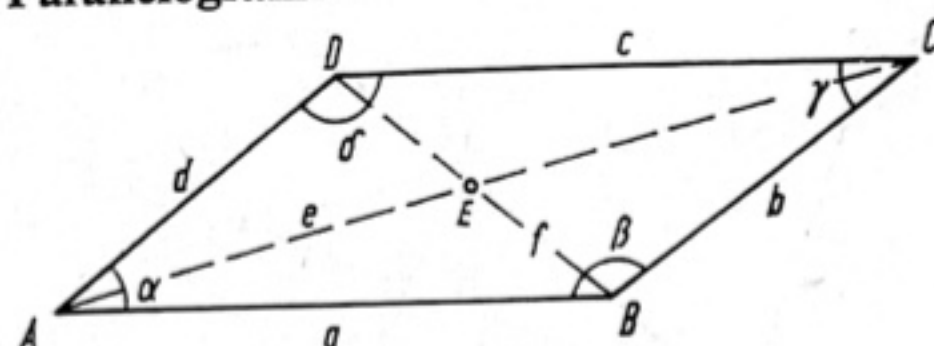
Die Winkelsumme im Viereck beträgt 360° .



Sonderformen des Vierecks

	Nachbarseiten gleich groß	Gegenseiten parallel
1 Paar	—	 $a \parallel c$ Trapez
2 Paar	 $a = d$ $b = c$ Drachen- viereck	 $a \parallel c$ $b \parallel d$ Parallelo- gramm

12.4.3.2. Parallelogramm

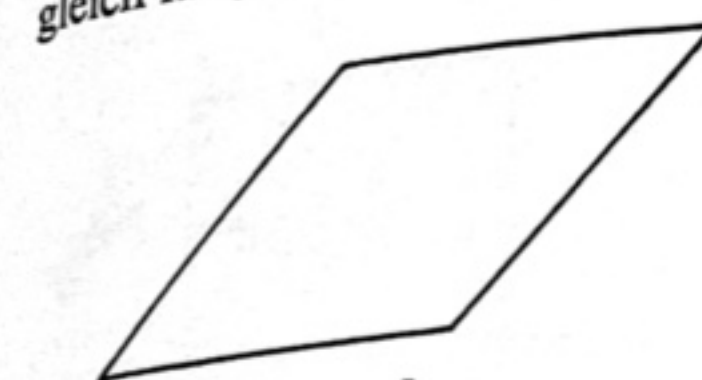


Sätze über das Parallelogramm

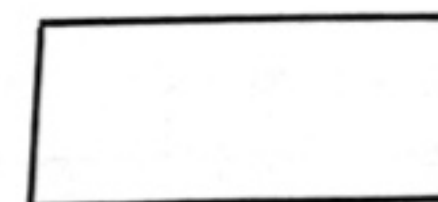
1. Das Parallelogramm ist in sich *zentralsymmetrisch*, *Symmetriezentrum* ist der *Diagonalschnittpunkt E*.
2. Das Parallelogramm ist *nicht* achsensymmetrisch.
3. *Gegenseiten* im Parallelogramm sind *gleich lang* ($a = c$; $b = d$).
4. *Gegenwinkel* im Parallelogramm sind *gleich groß* ($\alpha = \gamma$; $\beta = \delta$).
5. *Nachbarwinkel* im Parallelogramm betragen *zusammen* 180° ($\alpha + \beta = \beta + \gamma = \gamma + \delta = \delta + \alpha = 180^\circ$).
6. Die *Diagonalen* im Parallelogramm *halbieren* einander ($\overline{AE} = \overline{CE}$; $\overline{BE} = \overline{DE}$).
7. Jede *Diagonale* zerlegt das Parallelogramm in zwei *deckungsgleiche Dreiecke* (ABC und CDA bzw. ABD und BCD).
8. Beide *Diagonalen* zerlegen das Parallelogramm in vier *Teildreiecke*, von denen jeweils die gegenüberliegenden deckungsgleich sind (ABE und CDE bzw. BCE und DAE).

Sonderformen des Parallelogramms

gleich lange Seiten

gleich große Winkel (je $\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$)

Raute oder Rhombus



Rechteck

gleich lange Seiten und gleich große Winkel



Quadrat

12.4.3.3. Rhombus, Rechteck, Quadrat

Für Rhombus, Rechteck und Quadrat gelten alle Sätze des Parallelogramms (mit Ausnahme von Satz 2).

Besondere Eigenschaften von Rhombus, Rechteck, Quadrat

	Rhombus	Rechteck	Quadrat
Symmetrieachsen	2 (durch die Ecken)	2 (durch die Seitenmitten)	4 (durch die Ecken und die Seitenmitten)
Diagonalen	senkrecht zueinander	gleich lang	senkrecht zueinander und gleich lang
Teildreiecke; entstehend durch	1 Diagonale	gleichschenkl.	gleichschenkl. und rechtwinklig
	beide Diagonalen	rechtwinklig	gleichschenkl. und rechtwinklig